

Abriss der Wellenoptik

Rudolf Lehn Peter Breitfeld*

Störck-Gymnasium
Bad Saulgau

27. Februar 2010

In diesem Abriss werden die Erscheinungen der Interferenz, Beugung und Polarisation des Lichts behandelt. Vorausgesetzt werden Grundlagen der Wellenlehre, der Überlagerung von Schwingungen und der Darstellung von Schwingungen mittels Zeigern.

Inhaltsverzeichnis

- 1 *Interferenz und Beugung* • 3
 - 1.1 Grundlegendes • 3
 - 1.1.1 Überlagerung von Wellen – Kohärenz • 3
 - 1.1.2 Die Natur der Lichtwellen – Kohärenzlänge • 4
 - 1.1.3 Das Huygensche Prinzip • 5
 - 1.1.4 Licht in Medien – Optische Weglänge • 5
 - 1.2 Interferenz von zwei kohärenten Lichtquellen • 6
 - 1.3 Beugung an Gitter und Spalt • 8
 - 1.4 Auflösung optischer Geräte • 10
 - 1.4.1 Beugung an einer kreisförmigen Öffnung • 11
 - 1.4.2 Fernrohr • 11
 - 1.4.3 Mikroskop • 12
 - 1.4.4 Prismenspektralapparat • 13
 - 1.4.5 Gitter • 14
 - 1.4.6 Fresnel-Linsen • 14
 - 1.5 Interferenz an dünnen Schichten • 15
 - 1.5.1 Interferenz an planparallelen Platten • 15
 - 1.5.2 Interferenzen gleicher Dicke • 17
 - 1.5.3 Newtonsche Ringe • 18
 - 1.5.4 Interferometrie • 18

* E-Mail: phbrf@t-online.de <http://www.pBreitfeld.de>

Abbildungsverzeichnis

- 2 *Polarisation des Lichts* • 20
 - 2.1 Arten der Polarisierung • 20
 - 2.2 Doppelbrechung • 20
 - 2.2.1 Ordentliche und außerordentliche Strahlen • 20
 - 2.2.2 Strahlkonstruktion in Kristallen • 21
 - 2.3 Weitere Polarisationserscheinungen • 22
 - 2.3.1 Polarisation durch Reflexion • 22
 - 2.3.2 Drehung der Polarisationssebene • 22
 - 2.3.3 Elektrooptischer Effekt (Kerr-Effekt) • 23
 - 2.3.4 Faraday-Effekt • 23
 - 2.3.5 Himmelsblau • 24

Abbildungsverzeichnis

- 1 Optische Weglänge • 6
- 2 Fresnelscher Spiegelversuch • 7
- 3 Beugung am Gitter • 8
- 4 Intensitätsverteilung an Gitter und Spalt • 9
- 5 Beugung an einer kreisförmigen Öffnung • 11
- 6 Prismenspektralapparat • 13
- 7 Interferenz an planparalleler Platte • 15
- 8 Interferenzen gleicher Dicke • 17
- 9 Interferometrie • 18
- 10 Strahlkonstruktion im Kalkspat • 21

1. Interferenz und Beugung

1.1. Grundlegendes

Eine ebene harmonische Welle, die sich in x -Richtung ausbreitet, wird beschrieben durch die Gleichung:

$$y = a \sin(kx - \omega t) = a \operatorname{Im} e^{i(kx - \omega t)} \quad \text{mit} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (1)$$

Die *Intensität* I der Welle ist zum Quadrat der Amplitude proportional, wir schreiben im folgenden $I = a^2$

1.1.1. Überlagerung von Wellen – Kohärenz

Wir betrachten nun zwei Wellen zu einem bestimmten Zeitpunkt t , die gegeneinander die Phasendifferenz δ haben mögen:

$$y_1 = a_1 \sin(kx - \omega t) \quad y_2 = a_2 \sin(kx - \omega t - \delta)$$

Zur Berechnung der bei der Überlagerung dieser beiden Wellen auftretenden Intensitäten benutzen wir komplexe Rechnung, dies ist einfacher als die reelle Rechnung mittels der Additionstheoreme von \sin und \cos .

Nun gilt:

$$y = y_1 + y_2 = a_1 e^{i(kx - \omega t)} + a_2 e^{i(kx - \omega t - \delta)} = e^{i(kx - \omega t)} (a_1 + a_2 e^{-i\delta})$$

Die Intensität ist gleich $|y|^2 = yy^*$, woraus folgt:

$$\begin{aligned} |y|^2 &= e^{i(kx - \omega t)} (a_1 + a_2 e^{-i\delta}) \cdot e^{-i(kx - \omega t)} (a_1 + a_2 e^{i\delta}) \\ |y|^2 &= a_1^2 + a_2^2 + a_1 a_2 (e^{i\delta} + e^{-i\delta}) \\ |y|^2 &= a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos \delta \\ I_{1+2} &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \end{aligned} \quad (2)$$

Die resultierende Intensität ist also i. a. nicht die Summe der der Einzelintensitäten, sondern es tritt ein Interferenzterm hinzu. Maximale Intensität bekommt man, wenn der Cosinus 1 ist, also sein Argument der Bedingung

$$\text{Maximale Intensität: } \delta = m \cdot 2\pi \quad (m \in \mathbb{Z})$$

genügt. Die kleinste Intensität erhält man entsprechend, wenn der Cosinus -1 wird, also

$$\text{Minimale Intensität: } \delta = (m + \frac{1}{2})2\pi \quad (m \in \mathbb{Z})$$

1 Interferenz und Beugung

Eine strenge Additivität der Intensitäten d. h. $I_{1+2} = I_1 + I_2$, ist somit nur gegeben wenn der Cosinus Null wird, wenn also gilt

$$\delta = (m + \frac{1}{2})\pi$$

Eine Phasendifferenz δ kann auf zwei Arten auftreten:

- Der Aufpunkt, an dem man die Überlagerung betrachtet, ist von den beiden Wellenquellen nicht gleich weit entfernt, so dass eine Welle einen um Δx größeren Weg zurücklegen muss als die andere. Da einem Wegunterschied von λ (gemessen in Längeneinheiten) ein Phasenunterschied von 2π (gemessen in Winkeleinheiten) entspricht, gilt die Beziehung:

$$\frac{\delta}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\lambda} \quad \text{oder} \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x = k\Delta x \quad (3)$$

- Die beiden Wellenquellen schwingen schon um ein δ^* phasenverschoben. Man denke etwa an Wasserwellen, die von zwei im Gegentakt schwingenden „Tupfern“ erzeugt werden, wodurch eine Phasenverschiebung um $\delta^* = 180^\circ = \pi$ entsteht. Auf Längenmaße umgerechnet ist eine solche Phasenverschiebung δ^* nach obiger Beziehung einem Wegunterschied von $\frac{\lambda}{2\pi} \delta^*$ gleichwertig. Phasensprünge treten auch dann auf, wenn die Welle auf ihrem Weg von der Quelle zum Aufpunkt am „festen Ende“ reflektiert wird.

Somit tritt maximale bzw. minimale Intensität auf, wenn für den Wegunterschied (mit $m \in \mathbb{Z}$) gilt:

$$\text{maximal: } \Delta x = m\lambda + \frac{\lambda}{2\pi} \delta^* \quad \text{minimal: } \Delta x = (m + \frac{1}{2})\lambda + \frac{\lambda}{2\pi} \delta^* \quad (4a)$$

Sind die beiden Wellen in Phase, also $\delta^* = 0$, dann gilt:

$$\text{maximal: } \Delta x = m\lambda \quad \text{minimal: } \Delta x = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad (4b)$$

Hier ist folgendes zu beachten: Maxima und Minima sind nur dann zu beobachten, wenn während der Beobachtungszeit die Phasenverschiebung δ^* nicht von der Zeit abhängt, also die beiden Wellen eine feste Phasenbeziehung haben. Zwei Wellenzüge mit solch einer festen Phasenbeziehung bezeichnet man als **ko-härent**. Ist dies nicht der Fall, dann hätte man die Intensität über alle Werte von δ^* zu mitteln, wodurch der Mittelwert des Cosinusglieds Null würde und einfache Additivität der Intensitäten aufträte. Dann ist aber keine Interferenz mehr vorhanden.

1.1.2. Die Natur der Lichtwellen – Kohärenzlänge

Gewöhnliches Licht entsteht dadurch, dass Atome oder Moleküle von einem angeregten Zustand in einen energetisch niedrigeren Zustand zurückfallen. Dabei

senden sie ein Lichtquant (Photon) der Frequenz f aus, wobei $E = hf$ gilt. (h ist das PLANCKSche Wirkungsquantum).

Das angemessene Modell für die Wellenoptik ist, dass das Photon als kurzer Wellenzug betrachtet werden kann. Da die Aussendung dieser Wellenzüge statistisch erfolgt, sind die einzelnen Wellenzüge nicht in einer festen Phasenbeziehung, somit ist das Licht einer gewöhnlichen Lichtquelle nicht kohärent. Kohärenz kann man nur erreichen, wenn man einen Wellenzug aufspaltet und die beiden Teile des Wellenzugs anschließend wieder zur Überlagerung bringt. Dabei müssen die Teilwellenzüge verschieden lange Strecken durchlaufen. Der Wegunterschied dieser Strecken darf nun aber nicht größer sein als die Länge des Wellenzugs selbst, sonst verpassen sich die Wellenzüge und es tritt keine Interferenz mehr auf. Diese maximal mögliche Länge des Wegunterschieds bezeichnet man als **Kohärenzlänge**.

Bei normalem Glühlicht liegt die Kohärenzlänge im Bereich von einigen μm , bei sehr monochromatischem Licht kann sie auf die Größenordnung von dm steigen.

Eine Ausnahme bildet der Laser. Er erzeugt eine fast gänzlich monochromatisches Licht mit einer Kohärenzlänge bis zur Größenordnung von km.

1.1.3. Das Huygensche Prinzip

Zur Vorhersage der Ausbreitung von Wellen, die an Hindernissen gestreut werden oder vom Vakuum in ein Medium treten, ist oft das Huygensche Prinzip hilfreich. Es besagt

Jeder Punkt einer Wellenfläche kann als Ausgangspunkt einer „Elementarwelle“ (Kugelwelle) betrachtet werden. Die Einhüllende aller Elementarwellen bildet die resultierende Welle in Ausbreitungsrichtung.

Beachtenswert bei dieser Aussage ist der Zusatz „in Ausbreitungsrichtung“. Bei der Anwendung des Huygenschen Prinzip betrachtet man also nur „halbkugelförmige“ Elementarwellen in Ausbreitungsrichtung.

1.1.4. Licht in Medien – Optische Weglänge

Im Vakuum hat das Licht immer die Lichtgeschwindigkeit $c \approx 300\,000\text{ km/s}$. In einem Medium mit der Brechzahl n sinkt die Lichtgeschwindigkeit auf den Wert c/n , die Frequenz des Lichts bleibt unverändert und somit folgt aus der Gleichung

$$c = \lambda f \tag{5}$$

dass auch die Wellenlänge um den Faktor n sinkt, dass also $\lambda_{\text{Med}} = \lambda_{\text{Vak}}/n$ ist.

1 Interferenz und Beugung

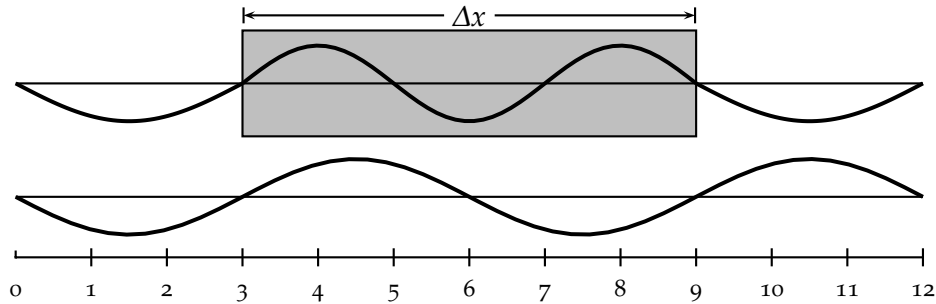


ABB. 1 Zur optischen Weglänge. Zwei Wellen mit Wellenlänge $\lambda = 6$ kommen in Phase an. Die untere läuft im Vakuum, die obere in dem $\Delta x = 6$ Einheiten langen Stück zwischen 3 und 9 durch ein Medium mit der Brechzahl $n = 1,5$. Dadurch ist dort seine Wellenlänge auf $\lambda/n = 4$ verkürzt. Nach Austritt der Welle aus dem Medium sind nun die obere und untere Welle in Gegenphase. Dasselbe Phasenverhalten am Ende hätte man erreicht, wenn man die obere Welle zwischen den Stellen 3 und 9 im Vakuum auf einem $n = 1,5$ mal längerem Umweg ($n\Delta x = 9$ Einheiten lang) hätte laufen lassen.

Optische Weglänge: Dies hat Auswirkungen auf die Berechnung der Weglänge Δx bei der Interferenz. Betrachtet man eine Welle der Vakuumwellenlänge λ die sich nun in einem Medium der Brechzahl n ausbreitet. In der Gleichung (4a) hat man dann λ durch λ/n zu ersetzen, woraus z. B. für Maxima folgt:

$$n\Delta x = m\lambda + \frac{\lambda}{2\pi} \delta$$

Man muss also für die Berechnung der Interferenzerscheinungen die *optische Weglänge* $n\Delta x$ heranziehen. Dies spiegelt die Tatsache wider, dass ein Wellenzug, der im Medium die Strecke d durchläuft die Zeit nd/c benötigt. In dieser Zeit würde er im Vakuum die Strecke nd zurücklegen. Damit nun beide Wellenfronten hinter dem Medium wieder in Phase sind, muss also die Welle im Vakuum den n -fachen Weg zurücklegen. Vergleiche dazu auch die Abb. 1

1.2. Interferenz von zwei kohärenten Lichtquellen

Man unterscheidet zwei Arten von Beugung: Die *Fraunhoferbeugung*, bei der Lichtquelle und Beobachtungspunkt unendlich weit vom beugenden Objekt entfernt sind und die *Fresnelbeugung*, bei der diese Abstände endlich sind.

Fresnelscher Spiegel: Beim Fresnelschen Spiegelversuch dienen als kohärente Lichtquellen die beiden Spiegelbilder L_1 und L_2 , die zwei unter dem kleinen Winkel α gegeneinander geneigte Spiegel von der Lichtquelle L erzeugen. (vgl. Abb. 2 links) Von diesen „virtuellen“ Lichtquellen gehen Strahlenbündel aus, die sich zum Teil überdecken und dadurch interferieren. Verstärkung ergibt sich nach Gleichung (4a) an den Stellen P für die gilt:

$$PL_1 - PL_2 = m\lambda \quad (m \in \mathbb{Z}) \quad (6)$$

1.2 Interferenz von zwei kohärenten Lichtquellen

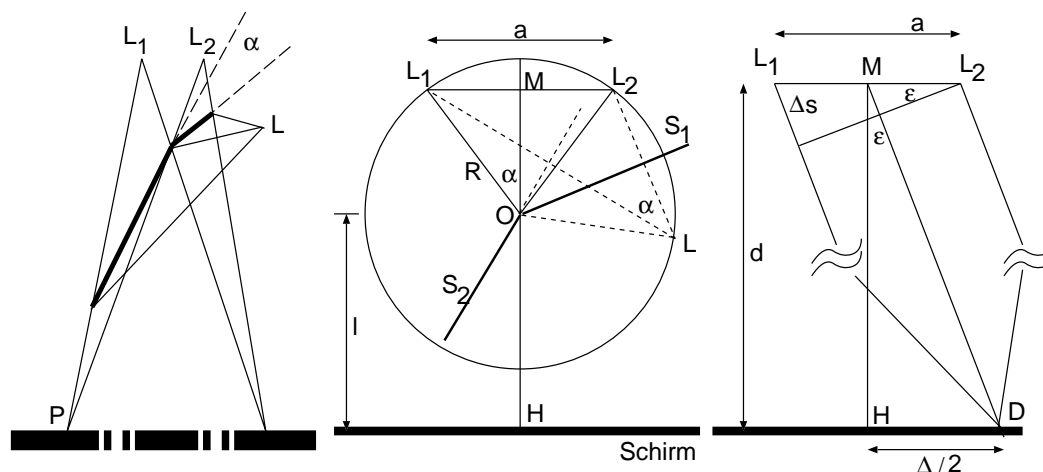


ABB. 2 Fresnelscher Spiegelversuch

Der Ort aller Punkte für die die Differenz der Abstände von zwei festen Punkten gleich ist, ist eine Hyperbel. Somit liegen alle Punkte maximaler Intensität auf Hyperbeln mit den Brennpunkten L_1 und L_2

Berechnung der Wellenlänge mit dem Fresnelversuch: In Abb. 2 Mitte und rechts bedeuten S_1 und S_2 wieder die beiden um den Winkel α gegeneinander geneigten Spiegel, R den Abstand der Lichtquellen vom Knickpunkt des Winkelspiegels, ℓ den Abstand des Knickpunkts vom Schirm. Da die virtuellen Lichtquellen Spiegelbilder von L sind, liegen alle Lichtquellen auf dem Kreis um O mit Radius R . Da der Abstand a sehr klein ist kann man $OM \approx R$ setzen, dann ist $d = R + \ell$ der Abstand der virtuellen Lichtquellen vom Schirm.

Für den Abstand a kann man näherungsweise die Länge des Bogens L_1L_2 nehmen, also ist $a = 2R\alpha$.

Im Falle der Fraunhoferbeugung, also bei großem d ist $L_1D \parallel L_2D$, für kleine ε gilt damit für den Wegunterschied Δs :

$$\frac{\Delta s}{a} = \sin \varepsilon \approx \tan \varepsilon = \frac{\Delta}{2d} \Rightarrow \Delta s = \frac{a\Delta}{2d} = \frac{2R\alpha\Delta}{2(R+\ell)} = \frac{R\Delta}{R+\ell} \cdot \alpha \quad (7)$$

Minima treten nun in den Richtungen auf, für die $\Delta s = (m + \frac{1}{2})\lambda$ ist, Maxima, wenn $\Delta s = m\lambda$ ist; daraus folgt:

$$\text{Minima: } (m + \frac{1}{2})\lambda = \frac{R\Delta}{R+\ell} \cdot \alpha \quad \text{Maxima: } m\lambda = \frac{R\Delta}{R+\ell} \cdot \alpha$$

Doppelspalt: Für den idealen Doppelspalt folgt aus der Gleichung (7) für die Maxima und Minima:

$$m\lambda = \frac{a\Delta}{2d} \Rightarrow \text{Maxima: } \frac{m\lambda}{a} = \frac{\Delta}{2d} \quad \text{Minima: } (m + \frac{1}{2})\lambda = \frac{a\Delta}{2d} \quad (8)$$

1 Interferenz und Beugung

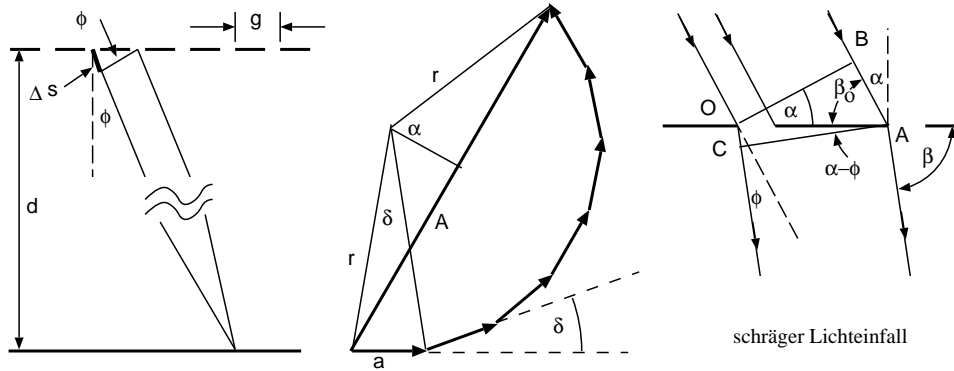


ABB. 3 Beugung am Gitter

1.3. Beugung an Gitter und Spalt

Ein ideales Gitter hat N Spalte im Abstand g . N ist i. a. eine große Zahl. Von jedem Spalt gehen Elementarwellen aus. Das senkrecht auf das Gitter fallende Licht fällt in der Entfernung $d \gg Ng$ auf den Schirm und interferiert dort.

In Abb. 3 links ist ein Gitter skizziert. Es soll die Abhängigkeit der Intensität auf dem Schirm vom Winkel ϕ untersucht werden.

Der Gangunterschied zwischen zwei benachbarten Wellen ist $\Delta s = g \sin \phi$. Das entspricht einem Phasenunterschied von $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} g \sin \phi$.

Die Überlagerung der von den N Spalten ausgehenden Wellen ermittelt man mit Hilfe von Zeigern (vgl. Abb. 3 Mitte). Dabei sei a die Amplitude einer Einzelwelle. Die Phasen benachbarter Wellen schließen den Winkel δ ein. So entsteht ein Polygonzug aus Zeigern der Länge a . Die Gesamtamplitude ist dann die Summe A der Einzelamplituden.

Man erkennt, dass maximale Amplituden dann auftreten, wenn $\delta = 2m\pi$ mit $m \in \mathbb{Z}$ ist, dann sind alle Zeiger gleichgerichtet und die Amplitude ist gerade $A = Na$. Auslöschung liegt vor, wenn ein geschlossener Polygonzug entsteht, also $N\delta = 2m\pi$ ist. Daraus ergibt sich die *Maximumsbedingung*

$$\sin \phi = m \cdot \frac{\lambda}{g} \quad (9)$$

die man auch direkt der Abb. 3 links entnehmen kann.

Der Polygonzug ist einem Kreisbogen vom Radius r und Mittelpunktswinkel 2α eingeschrieben:

$$r = \frac{a}{2 \sin(\delta/2)} \quad \text{und} \quad 2\alpha = N\delta$$

eingeschrieben. Die Länge der Sehne A ist dann

$$A(\phi) = 2r \sin \alpha = a \cdot \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} = a \cdot \frac{\sin \left(N\pi \frac{\Delta s}{\lambda} \right)}{\sin \left(\pi \frac{\Delta s}{\lambda} \right)} = a \cdot \frac{\sin \left(N\pi \frac{g \sin \phi}{\lambda} \right)}{\sin \left(\pi \frac{g \sin \phi}{\lambda} \right)}$$

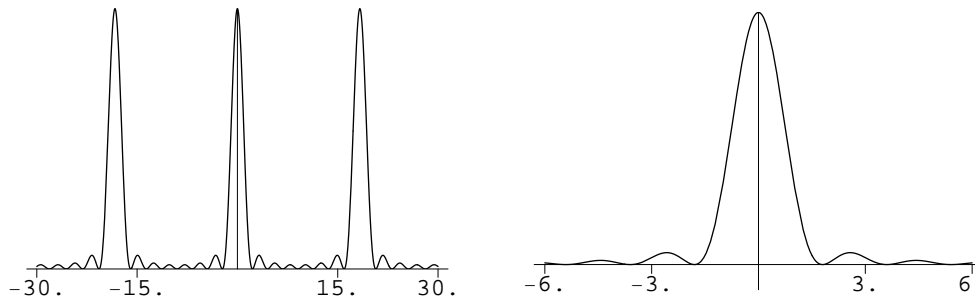


ABB. 4 Intensitätsverteilungen am Gitter (links) und am Spalt (rechts) in Abhängigkeit vom Winkel ϕ (in Grad). Für das Schaubild wurden beim Gitter $N = 8$ Striche und $\pi g/\lambda = 10$ gewählt, beim Spalt $\pi D/\lambda = 100$.

die beobachtete Intensität ist dann $I = A^2$.

Eine Diskussion dieser Kurve ergibt zunächst, dass der Nenner für $\frac{\pi}{\lambda}g \sin \phi = m\pi$ Null wird. Dies sind genau die ϕ , bei denen wie oben dargelegt ein Maximum auftritt. Für diese ϕ verschwindet auch der Zähler, so dass die Intensität nicht unendlich groß wird. Zwischen diesen Hauptmaxima liegen Nebenmaxima. Da die obige Formel nicht gerade zur Kurvendiskussion einlädt, überlegt man sich die Lage der Minima besser an Hand der Zeigerdarstellung.

Nimmt man an, es sei $N = 4$. Ein Minimum liegt immer dann vor, wenn die Zeiger einen geschlossenen Polygonzug bilden. Dies ist der Fall, wenn $\delta = 90^\circ$, 180° oder 270° ist. Bei 360° hat man wieder ein Hauptmaximum. Somit liegen zwischen je zwei Hauptmaxima drei Minima, und zwischen diesen Minima liegen die Nebenminima. So bekommt man etwa bei einem $\delta = 120^\circ$ gerade wieder die Amplitude a . Die Amplitude im Maximum ist jedoch $A = 4a$. Damit ist an dieser Stelle die Intensität (Quadrat der Amplitude!) nur $1/16$ der Maximalintensität. Man sieht, dass die Nebenmaxima sehr schwach sind.

Allgemein gilt die Regel: Ein Gitter mit N Spalten hat zwischen je zwei Hauptmaxima $N - 1$ Minima und $N - 2$ Nebenmaxima geringer Intensität.

Beugung am Spalt: Ein Spalt kann als ein Gitter aus unendlich vielen, unendlich dicht aneinanderliegenden Spalten aufgefasst werden. Für diesen Grenzübergang gilt, dass stets $Ng = D$ bleibt, wobei D die Breite des Spalts ist. Dann gilt wegen $g = D/N$

$$A(\phi) = a \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda}D \sin \phi\right)}{\sin\left(\frac{\pi D \sin \phi}{N\lambda}\right)} = Na \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda}D \sin \phi\right)}{\frac{\pi D \sin \phi}{\lambda}} = A_{\max} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda}D \sin \phi\right)}{\frac{\pi}{\lambda}D \sin \phi}$$

letzteres, weil für große N das Argument des Sinus im Nenner gegen Null geht und deshalb der Sinus durch den Winkel ersetzt werden kann.

Die *Minimumbedingung* beim Spalt ist dann erfüllt, wenn der Zähler des obigen

1 Interferenz und Beugung

Ausdrucks Null wird, also für

$$\frac{\pi}{\lambda} D \sin \phi = m\pi \quad \Rightarrow \quad \sin \phi = \frac{m\lambda}{D} \quad (10)$$

Die Ablenkwinkel ϕ sind beim Spalt sehr klein. Befindet sich der Schirm im Abstand ℓ vom Spalt, dann kann man für den Abstand x der Minima vom zentralen Maximum auf dem Schirm schreiben:

$$\frac{m\lambda}{D} = \sin \phi \approx \tan \phi = \frac{x}{\ell} \quad \Rightarrow \quad x = m \frac{\ell\lambda}{D} \quad (11)$$

Reale Gitter: Ein reales Gitter besteht aus Einzelspalten, deren jeder Interferenz erzeugt. Würde man etwa ein Gitter benutzen, dessen g gerade $2D$ ist, dann hätte man nach der Spaltrechnung Auslöschung in den Richtungen, in denen $\sin \phi = m\lambda/D$, nach der Gitterrechnung hätte man Verstärkung in den Richtungen $\sin \phi = 2m\lambda/D$. Die Auslöschung der Einzelspalte verhindert also die Ausbildung von Maxima des Gitters. Daher muss man Gitter so bauen, dass die Verhältnisse von Gitterkonstante und Einzelspaltbreite keine kleinen ganzzahligen Verhältnisse bilden.

Schräger Lichteinfall beim Gitter: Bei den bisherigen Betrachtungen haben wir das Licht senkrecht aufs Gitter fallen lassen. Nun sollen die einfallenden Lichtstrahlen einen Winkel α mit dem Gitter bilden (vgl. Abb. 3 rechts).

Es gilt:

$$\begin{aligned} \Delta s &= \overline{AB} - \overline{OC} = \overline{OA} \sin \alpha - \overline{OA} \sin(\alpha - \phi) = g \cos \beta_0 - g \cos \beta \\ &= g \sin \alpha - g \sin \alpha \cos \phi + g \cos \alpha \sin \phi \end{aligned}$$

Für kleine Winkel ϕ ist $\cos \phi \approx 1$ und somit

$$\Delta s \approx g \cos \alpha \sin \phi = g' \sin \phi$$

Aus $\Delta s = m\lambda$ folgt daraus die Maximumsbedingung:

$$\sin \phi \approx \frac{m\lambda}{g \cos \alpha} \quad \text{exakt:} \quad \boxed{\cos \beta - \cos \beta_0 = \frac{m\lambda}{g}} \quad \text{mit} \quad m \in \mathbb{Z} \quad (12)$$

Für $\beta_0 = 90^\circ$ ergibt sich dann wegen $\sin \phi = \sin(90^\circ - \beta) = \cos \beta$ wieder die Gleichung (9). Für alle Kombinationen spitz-stumpf von β und β_0 bekommt man bis aufs Vorzeichen immer den Ausdruck $\Delta s = g(\cos \beta - \cos \beta_0)$, wie man sich an Skizzen leicht klar macht.

1.4. Auflösung optischer Geräte

Jedes optische Instrument wirkt durch die Ränder der Blenden, Fassungen usw. beugend. Bei allen optischen Instrumenten fällt Licht durch eine Objektöffnung,

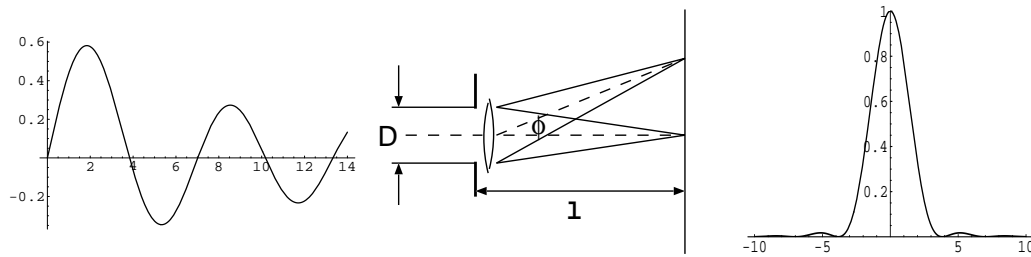


ABB. 5 Beugung an einer kreisförmigen Öffnung

geht dann durch eine Linse oder wird an einem Hohlspiegel reflektiert und dann im Brennpunkt der Linse oder des Hohlspiegels gesammelt. Das dort entstehende reelle Bild wird nun entweder mit einer Lupe betrachtet oder direkt auf einer Photoschicht festgehalten.

1.4.1. Beugung an einer kreisförmigen Öffnung

Es ist einsichtig, dass bei der Beugung an einer kreisförmigen Öffnung konzentrische Beugungsringe entstehen. Im Gegensatz zur Beugung am Spalt folgt ihr Abstand aber einem komplizierteren Gesetz. Für die Intensitätsverteilung auf dem Schirm ergibt sich dann:

$$I(v) = I_0 \left(\frac{2J_1(v)}{v} \right)^2 \quad \text{mit} \quad v = \frac{\pi D}{\lambda} \sin \phi$$

wobei D der Durchmesser der Blende, λ die Lichtwellenlänge, ϕ der Abweichungswinkel von der geraden Ausbreitungsrichtung und I_0 die Helligkeit im zentralen Hauptmaximum ist. Dabei ist J_1 die sogenannte *Besselsche Zylinderfunktion* erster Ordnung, deren Schaubild in Abb. 5 links gezeigt ist. Ein Schaubild der Funktion $I(v)$ ist in Abb. 5 rechts gezeigt.

Anhand des Schaubilds, von Funktionstabellen oder mit Hilfe von Computeralgebra-Programmen (Mathematica, Maple,...) kann man die Nullstellen und Maxima bestimmen. Dadurch ergibt sich die Tabelle 1 für die Maxima und Minima m -ter Ordnung:

Man erkennt, dass die Helligkeiten der Nebenmaxima sehr schwach sind, so hat das erste Maximum nur noch 1,75% der Intensität des Zentralbilds. Für den Durchmesser z. B. des ersten dunklen Rings entnimmt man der Tabelle 1:

$$\frac{D}{\lambda} \sin \phi = 1,22 \quad \Rightarrow \quad \sin \phi = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D} \quad (13)$$

1.4.2. Fernrohr

Hier findet die Beugung an der i. a. kreisförmigen Objektivöffnung (Durchmesser D) des Fernrohrs statt. Das Bild entsteht in der Brennebene der Objektivlinse im

1 Interferenz und Beugung

TAB. 1 Minima und Maxima bei der Beugung an kreisförmiger Öffnung

Minima			Maxima			
m	v	$\frac{D}{\lambda} \sin \phi$	m	v	$\frac{D}{\lambda} \sin \phi$	I/I_0
1	3.832	1.22	1	5.135	1.63	0.01750
2	7.016	2.23	2	8.471	2.70	0.00415
3	10.137	3.23	3	11.620	3.70	0.00160
4	13.324	4.24	4	14.794	5.71	0.00078

Abstand $\ell = f$. Für die Richtung des ersten dunklen Beugungsrings gilt dabei, wenn r der Radius des beobachteten dunklen Rings ist:

$$1,22 \frac{\lambda}{D} = \sin \phi \approx \tan \phi = \frac{r}{f} \quad \Rightarrow \quad r = 1,22 \frac{\lambda f}{D}$$

Dies ist bis auf den Faktor 1,22 dasselbe wie beim Spalt in Gleichung (11).

Im Fernrohr kann man zwei Objektpunkte mit einem Winkelabstand $\delta\phi$ nur dann trennen, wenn sich ihre Beugungsscheibchen nicht überlappen. Das Hauptmaximum des einen muss mindestens im Abstand des ersten dunklen Rings des anderen liegen, d. h. die Hauptmaxima der beiden Bilder müssen mindestens den Abstand

$$\Delta x = 1,22 \frac{\lambda f}{D}$$

haben. Da aber $\Delta x = f\delta\phi$ ist, gilt für die gerade noch getrennt auflösbare Winkelabstand:

$$\delta\phi = 1,22 \frac{\lambda}{D} \quad \Rightarrow \quad U = \frac{1}{\delta\phi} = 0,82 \frac{D}{\lambda}$$

Hier ist U das *Auflösungsvermögen* des Fernrohrs

Diese Überlegungen zeigen, weshalb man Teleskope mit immer größeren Öffnungen baut; zum einen ist die erzielbare Auflösung der Öffnung D proportional, zum anderen ist die Bildhelligkeit der vierten Potenz von D proportional, denn die einfallende Lichtmenge ist proportional zu D^2 und die Fläche des Beugungsscheibchens ist zu $1/D^2$ proportional.

Hinweis: für das menschliche Auge gilt $D \approx 3$ mm, woraus sich für Licht der Wellenlänge $\lambda = 500$ nm eine Winkelauflösung von $\delta\phi = 2,03 \cdot 10^{-2}$ rad $\approx 42''$ ergibt.

1.4.3. Mikroskop

Wieder werden Beugungsscheibchen erzeugt, deren erster dunkler Ring den Radius

$$r = 1,22 \frac{\lambda \ell}{D}$$

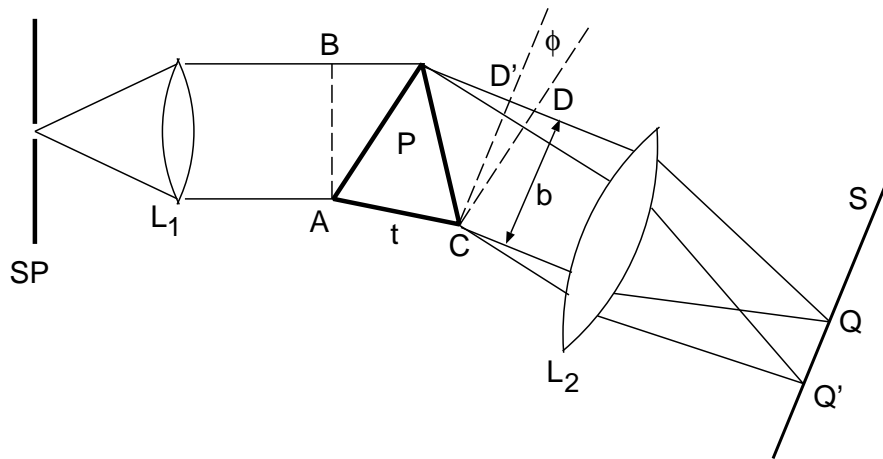


ABB. 6 Prismenspektralapparat

hat. Dabei ist ℓ der Abstand der Bildebene vom Objektiv und D der Objektivdurchmesser. Wie beim Fernrohr lassen sich Punkte trennen, wenn sie in der Bildebene mindestens $\Delta x = 1,22\lambda\ell/D$ voneinander entfernt sind.

Da $\Delta x/\ell = d/f$ ist ($d =$ Abstand der Objektpunkte), gilt

$$d = 1,22 \frac{\lambda f}{D} \Rightarrow d = 0,61 \frac{\lambda}{A} \quad \text{mit} \quad A = \frac{R}{f} = \frac{D}{2f}$$

Dabei wird A als *Apertur* des Mikroskops bezeichnet. Das Auflösungsvermögen ist der Kehrwert des trennbaren Abstands:

$$U = \frac{1}{d} = 1,64 \frac{A}{\lambda}$$

1.4.4. Prismenspektralapparat

Im Prismenspektralapparat der Abb. 6 gilt für die optische Weglänge auf der Strecke AC für eine Wellenlänge $\lambda + \Delta\lambda$, wobei $n(\lambda)$ die von λ abhängige Brechzahl ist:

$$n(\lambda + \Delta\lambda) \cdot t \approx n(\lambda) \cdot t + \frac{dn}{d\lambda} \cdot \Delta\lambda \cdot t$$

Die spektrale Auflösung kann nur erfolgen, wenn das Helligkeitsmaximum von $\lambda + \Delta\lambda$ auf das Minimum von λ fällt. Es muss somit $\sin \phi \approx \phi = \lambda/b$ sein. Da $\phi = DD'/b$ ist, folgt $DD' = \lambda$. DD' ist der Unterschied der optischen Weglängen für die beiden Strahlen mit den Wellenlängen λ und $\lambda + \Delta\lambda$.

Daraus ergibt sich

$$\lambda = DD' = n(\lambda + \Delta\lambda) \cdot t - n(\lambda) \cdot t = t \cdot \frac{dn}{d\lambda} \cdot \Delta\lambda \quad \text{oder} \quad \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = t \cdot \frac{dn}{d\lambda}$$

Dabei ist:

1 Interferenz und Beugung

$\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ = spektrales Auflösungsvermögen des Prismas

$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ = relativer Wellenlängenunterschied

t = Basislänge des Prismas

$\frac{dn}{d\lambda}$ = Dispersion des Prismas

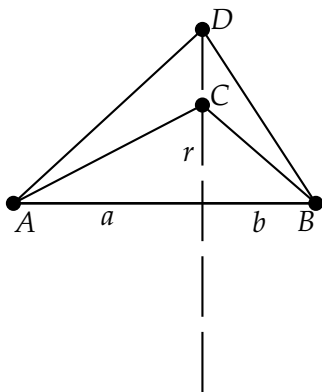
1.4.5. Gitter

Auch für Wellenlängenmessungen mit dem Gitter ist das Auflösungsvermögen $\lambda/\Delta\lambda$ wichtig. Ist N die Zahl der Striche des Gitters und m die Ordnung des Beugungsspektrums, dann fallen die Maxima umso schärfer aus, je größer N ist, andererseits steigt die Länge des Spektrums mit m . Somit ist

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = N \cdot m$$

Beispiel: Feinste Gitter haben $N = 10^5$ Striche. Beobachtet man in der Ordnung $m = 2$, so bekommt man eine Auflösung von etwa 200 000. Um die beiden Natriumlinien zu trennen braucht man eine Auflösung von 1000.

1.4.6. Fresnel-Linsen



Legt man eine Ebene durch C senkrecht zu AB und unterteilt sie so in Zonen, dass Licht, das von verschiedenen Zonen nach Huygens Kugelwellen ausstrahlt, in B mit dem Gangunterschied λ eintrifft, dann erhält man die Fresnelschen Ringe.

$$AC + CB - AB = \sqrt{a^2 + r^2} + \sqrt{b^2 + r^2} - a - b = m \cdot \lambda$$

Da stets $\lambda \ll a, b$ folgt $r \ll a, b$ und damit

$$\sqrt{a^2 + r^2} \approx a \left(1 + \frac{r^2}{2a^2} \right)$$

Aus dieser Näherung folgt weiter:

$$m \cdot \lambda = a \left(1 + \frac{r^2}{2a^2} \right) + b \left(1 + \frac{r^2}{2b^2} \right) - a - b = \frac{r^2}{2a} + \frac{r^2}{2b}$$

Damit gilt für den Radius r des Rings mit der Nummer m :

$$r^2 = m \cdot \frac{2\lambda ab}{a + b}$$

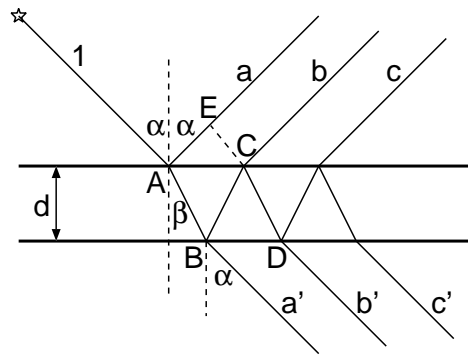


ABB. 7 Interferenz an planparalleler Platte

Da a , b , und λ fest vorgegeben sind, nimmt die Fläche πr^2 beim Zufügen jedes neuen Rings in gleichen Schritten zu. Alle Ringe haben also dieselbe Fläche. Die Wellen von der äußeren Hälfte jedes Ringes löschen, in B angekommen, die Wellen von der inneren Hälfte des nächsten Rings aus, denn beide haben wegen gleicher Fläche auch gleiche Amplitude und ihr Gangunterschied ist $\lambda/2$. Insgesamt bleibt nur die innere Hälfte des innersten Rings übrig.

Das Licht breitet sich also effektiv gradlinig von A nach B aus.

Wird die gedachte Ebene durch einen undurchlässigen Schirm ersetzt, bei dem die innere Hälfte jeder Zone offen ist, dann ist es in B heller als ohne Schirm, denn die Teilwellen interferieren nun konstruktiv in B . Das ist eine *Fresnelsche Linse*.

1.5. Interferenz an dünnen Schichten

1.5.1. Interferenz an planparallelen Platten

In Abb. 7 fällt der Lichtstrahl 1 aus dem Vakuum auf eine Platte mit der Brechzahl n . Durch Reflexionen teilt er sich in eine unendlich große Zahl unter sich parallel reflektierter Strahlen a, b, c, \dots und paralleler gebrochener Strahlen a', b', c', \dots auf.

Wir betrachten zunächst nur je zwei reflektierte und gebrochene Strahlen.

Der optische Wegunterschied zwischen Teilstrahl a und b beträgt:

$$\Delta = n \cdot (AB + BC) - AE = 2n \cdot AB - AE = 2n \frac{d}{\cos \beta} - AE = \frac{2nd}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}} - AE$$

Nun ist

$$AE = AC \sin \alpha = 2d \tan \beta \sin \alpha = \frac{2d \sin \alpha \sin \beta}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}}$$

1 Interferenz und Beugung

Aus dem Brechungsgesetz $\sin \alpha = n \sin \beta$ folgt dann

$$AE = \frac{2d \sin^2 \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}$$

$$\Delta = \frac{2nd}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}} - \frac{2d \sin^2 \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} = 2d \left(\frac{n^2 - \sin^2 \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right) = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}$$

Maximale Helligkeit tritt in der Richtungen auf, für die $\Delta = m\lambda$ ist. Allerdings würde sich dann auch im Grenzfall $d = 0$ ein Maximum für reflektiertes Licht ergeben. In diesem Fall ist aber gar nichts da, was reflektieren könnte. Der „Fehler“ ist, dass wir nicht berücksichtigt haben, dass am dichteren Medium ein Phasensprung von 180° (entsprechend der Reflexion am festen Ende) auftritt. Es ist also die Bedingung

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2} = m\lambda \quad \text{bzw.} \quad = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad (14)$$

für Verstärkung bzw. Auslöschung des *reflektierten Lichts* zu verwenden.

Eine entsprechende Rechnung für das *durchgehende Licht*, bei dem *kein* Phasensprung auftritt, liefert als Bedingungen für Helligkeit und Dunkelheit

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = m\lambda \quad \text{bzw.} \quad = (m + \frac{1}{2}) \quad (15)$$

Für annähernd senkrechten Lichteinfall ist $\sin \alpha \approx 0$ und die Bedingungen für helle Streifen vereinfachen sich zu:

$$\text{reflektiert: } 2dn = (m - \frac{1}{2})\lambda \quad \text{durchgehend: } 2dn = m\lambda$$

Intensitätsbetrachtung: Am Anfang des Abschnitts hatten wir von unendlich vielen Reflexionen gesprochen. Allerdings wird bei jeder Reflexion nur etwa 10% der Intensität reflektiert und 90% gebrochen, so dass für die Intensitäten der Strahlen in Abb. 7 gilt: $a = 0,1$; $b = 0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,9 = 0,081$ und $c = 0,9 \cdot 0,1^3 \cdot 0,9 = 0,00081$, d. h. dieser Strahl spielt schon keine Rolle mehr.

Entsprechend gilt für die Intensitäten der durchfallenden Strahlen: $a' = 0,9 \cdot 0,9 = 0,81$ und $b' = 0,9 \cdot 0,1^2 \cdot 0,9 = 0,0081$. Das ist nur noch ein Hundertstel der Intensität von a' , deshalb sind im durchscheinenden Licht die Interferenzerscheinungen viel schlechter zu beobachten, denn deutliche Helligkeitsunterschiede ergeben sich nur bei Interferenz von Wellen annähernd gleicher Amplitude.

Um überhaupt Interferenzen beobachten zu können, muss die Dicke der Platte kleiner als die Kohärenzlänge des Lichts sein, deshalb treten nur bei sehr dünnen Schichten (Seifenblasen, Ölfilm auf Wasser, ...) Interferenzerscheinungen mit gewöhnlichem Licht auf.

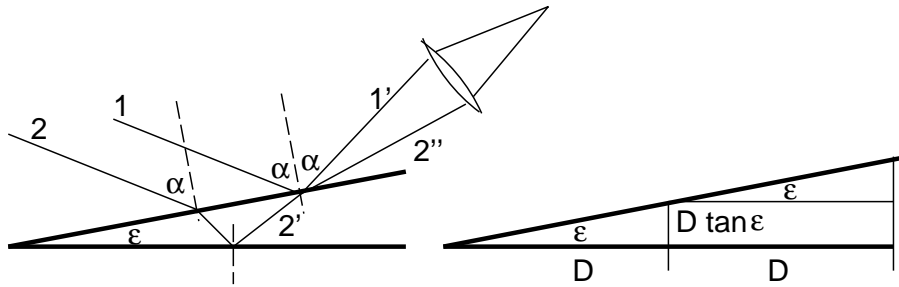


ABB. 8 Interferenzen gleicher Dicke

1.5.2. Interferenzen gleicher Dicke

Wenn die dünnen Schichten keilförmig sind, so sind die Gangunterschiede zwischen den vorn und hinten reflektierten Strahlen parallelen Lichts von Ort zu Ort verschieden. Vereinigt man die nach der Reflexion divergierenden Strahlen mit einer Linse, dann erhält man ein System von Interferenzstreifen, die Interferenzen gleicher Dicke. (vgl. Abb. 8)

In Abb. 8 links ist der Gangunterschied zwischen den Strahlen 1' und 2'' gegeben durch (vgl. Gleichung (14)):

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2}$$

Dabei wurde wieder ein wenig genähert, denn die Formel (14) gilt nur für konstantes d , was hier nur näherungsweise erfüllt ist, aber recht gut, sofern der Keilwinkel ϵ klein ist.

Man kann nun aus Gleichung (14) die Schichtdicke beim m -ten und $(m+1)$ -ten Minimum bestimmen:

$$d_m = \frac{m\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \quad d_{m+1} = \frac{(m+1)\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}$$

Aus der Abb. 8 rechts entnimmt man, dass die Dickenzunahme gerade $D \tan \epsilon$ ist. Diese muss andererseits aber $d_{m+1} - d_m$ sein, also muss gelten:

$$d_{m+1} - d_m = \frac{\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} = D \tan \epsilon \quad \Rightarrow$$

$$\text{Streifenabstand: } D = \frac{\lambda}{2 \tan \epsilon \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \quad (16)$$

1 Interferenz und Beugung

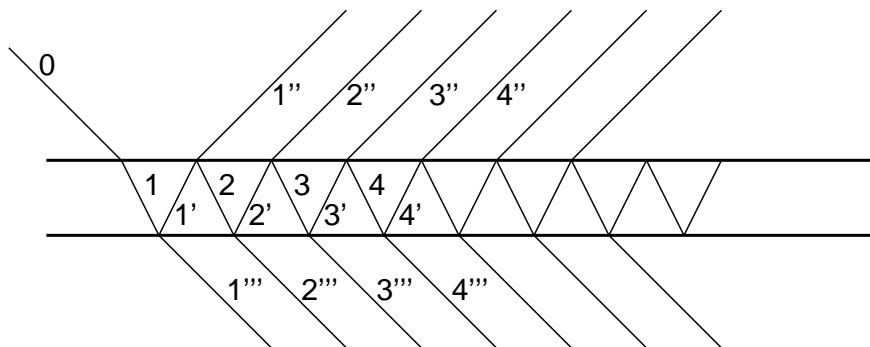
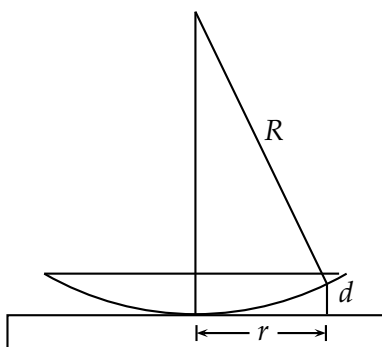


ABB. 9 Interferometrie

1.5.3. Newtonsche Ringe



Liegt auf einer ebenen Glasplatte eine sehr schwach gekrümmte plankonvexe Linse, dann entsteht ein „Luftkeil“ zwischen Linse und Glasplatte. Belichtet man von oben mit parallelem Licht ($\alpha = 0$), dann entstehen in Reflexion und in Durchsicht kreisförmige Interferenzstreifen, die *Newtonschen Ringe*.

Es sollen die Radien r der dunklen Ringe bestimmt werden. Beim senkrechten Einfall ist der Gangunterschied wegen $\alpha = 0$ und $n = 1$ gemäß Gleichung (14)

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2}$$

Minima entstehen, wenn gilt:

$$2d + \frac{\lambda}{2} = (m + \frac{1}{2})\lambda \Rightarrow d_m = m\frac{\lambda}{2}$$

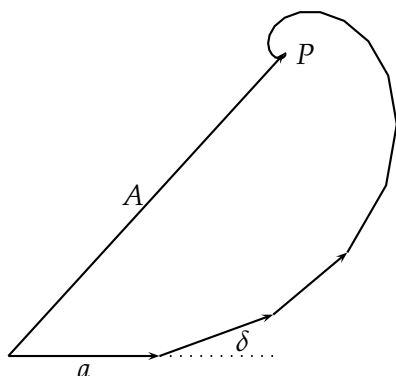
Aus der Abbildung entnimmt man für den Radius r_m der dunklen Ringe:

$$R^2 = (R - d_m)^2 + r_m^2 \Rightarrow r_m^2 = 2Rd_m - d_m^2 \approx 2Rd_m = 2Rm\frac{\lambda}{2} \Rightarrow r_m^2 = mR\lambda$$

Die hellen Ringe liegen jeweils dazwischen.

1.5.4. Interferometrie

Wir betrachten nochmals die Interferenz an planparallelen dünnen Schichten, diesmal in der Zeigerdarstellung.



Zwischen je zwei Teilwellen (z. B. 2'' und 3'' in Abb. 9) besteht immer dieselbe Phasendifferenz δ . Die Lage der Maxima ist genauso wie bei einem Gitter mit unendlich vielen Spalten, nur schwächen sich hier, wie oben schon ausgeführt, die Teilwellen auf Grund der Reflexion ab. Wir setzen die Abnahme der Amplitude zwischen je zwei Teilwellen gleich ρ . Im Zeigerdiagramm ist also jeder Zeiger nicht nur um den Winkel δ gegen den vorhergehenden gedreht, sondern auch um den Faktor ρ kürzer. Der Polygonzug der Zeiger zieht sich auf einer Spirale auf einen Punkt P zusammen.

Die x - und y -Koordinaten des Punktes P erhält man als Grenzwert der unendlichen Reihen:

$$x = a \sum_{k=0}^{\infty} \rho^k \cos(k\delta) \quad y = a \sum_{k=0}^{\infty} \rho^k \sin(k\delta) \quad \Rightarrow \quad A^2 = x^2 + y^2 = \frac{a^2}{1 + \rho^2 - 2\rho \cos \delta}$$

Diese Rechnung gelingt wohl nicht von Hand, aber mit einem Computeralgebra-Programm (etwa Mathematica) hat man das sofort. A ist die resultierende Amplitude, also die Länge des Zeigers vom Anfangspunkt nach P . Die Gleichung für A^2 heißt *Formel von Airy*.

Maximale Helligkeit ergibt sich, wenn der Cosinus in der Airy-Formel 1 ist, also für

$$\delta = 2m\pi \quad \text{mit Intensität: } \frac{a^2}{(1 - \rho)^2}$$

Antireflexbeschichtung: Heute sind nahezu alle optischen Linsen (Brillen, Kameraobjektive, ...) „entspiegelt“. Dies erreicht man dadurch, dass man auf die Linse eine sehr dünne Schicht eines Materials mit kleinerer Brechzahl als der der Linse aufträgt. Im reflektierten Licht haben dann die an der Vorderseite und die an der Rückseite der Schicht reflektierten Strahlen einen Phasensprung von 180° , denn beide Reflexionen erfolgen nun am dichteren Medium. Diese beiden Phasensprünge heben sich somit gegenseitig auf. Daher ist bei senkrechtem Einfall der Gangunterschied der Strahlen $\delta = 2nd$. Auslöschung erfolgt, wenn dieser gleich $(m + \frac{1}{2})\lambda$ ist. Für $m = 0$ folgt daraus $d = \lambda/(4n) \approx \lambda/4$ für die Schichtdicke.

Bei „Einfachvergütung“ wird die Reflexion im grünen Wellenlängenbereich unterdrückt, da dieser Wellenbereich den Hauptanteil des Sonnenlichts ausmacht. Dadurch erscheint der Belag rotblau. Um Reflexionen anderer Wellenlängenbereiche ebenfalls unterdrücken zu können, verwendet man „Mehrschichtvergütung“, sozusagen für jeden Farbbereich eine eigene Schicht.

2 Polarisation des Lichts

Fabry-Perot-Interferometer: Dieses besteht aus zwei sehr exakt planen Glasplatten zwischen denen ein Luftspalt der Dicke d liegt.

In diesem Fall ist der Luftspalt mit $n = 1$ die Schicht und für einen Einfallswinkel α hat man für das durchfallende Licht einen geometrischen Gangunterschied von $\Delta = 2d\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 2d \cos \alpha$ mit zwei Phasensprüngen, die sich aufheben, also gilt:

$$2d \cos \alpha = m\lambda \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2d \cos \alpha}{m}$$

Genau diese Wellenlängen werden optimal durchgelassen. Schon eine äußerst geringe Änderung der Luftspaltdicke oder der Wellenlänge führt zur Undurchlässigkeit dieses Interferometers. Dadurch ergibt sich ein riesiges spektrales Auflösungsvermögen.

2. Polarisation des Lichts

2.1. Arten der Polarisierung

Elektromagnetische Wellen sind transversal, d. h. der elektrische und der magnetische Feldvektor stehen immer senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Die Richtung des elektrischen Feldvektors nennt man *Polarisationsrichtung*. Liegt der elektrische Feldvektor immer nur in einer Richtung, so heißt das Licht **linear polarisiert**. Bei natürlichem Licht sind alle Polarisationsrichtungen gleichmäßig und ungeordnet vertreten. Schwingt die elektrische Feldstärke so, dass die Spitze des Feldvektors auf einer Ellipse um die Ausbreitungsrichtung umläuft, so ist das Licht **elliptisch polarisiert**. Bei **zirkular polarisiertem** Licht läuft die Spitze des elektrischen Feldvektors auf einem Kreis. Dies ist somit ein Spezialfall elliptischer Polarisation.

Eine elliptisch polarisierte Welle kann in zwei zueinander senkrechte linear polarisierte Wellen mit einer Phasendifferenz zwischen 0 und 90° zerlegt werden. Bei einer zirkular polarisierten Welle ist diese Phasenverschiebung 90° und die Amplituden der Teilwellen sind einander gleich.

Kristalle oder Filter, die aus natürlichem Licht polarisiertes machen, nennt man *Polarisatoren*. Dieselbe Vorrichtung kann auch als *Analysator* eingesetzt werden.

2.2. Doppelbrechung

2.2.1. Ordentliche und außerordentliche Strahlen

Die bisher behandelten optischen Gesetze, z. B. das Brechungsgesetz gelten nur in Medien, in denen die Lichtgeschwindigkeit in allen Richtungen gleich ist, d. h. in optisch *isotropen* Medien. Gase, die meisten Flüssigkeiten und amorphe Körper wie Glas sind optisch isotrop. Die meisten Kristalle sind optisch *anisotrop*. Kalkspat (CaCO_3) hat z. B. um eine Achse eine hohe Symmetrie. Diese Achse heißt *kristallographische Hauptachse*. Die Lichtgeschwindigkeit ist gleich in jeder

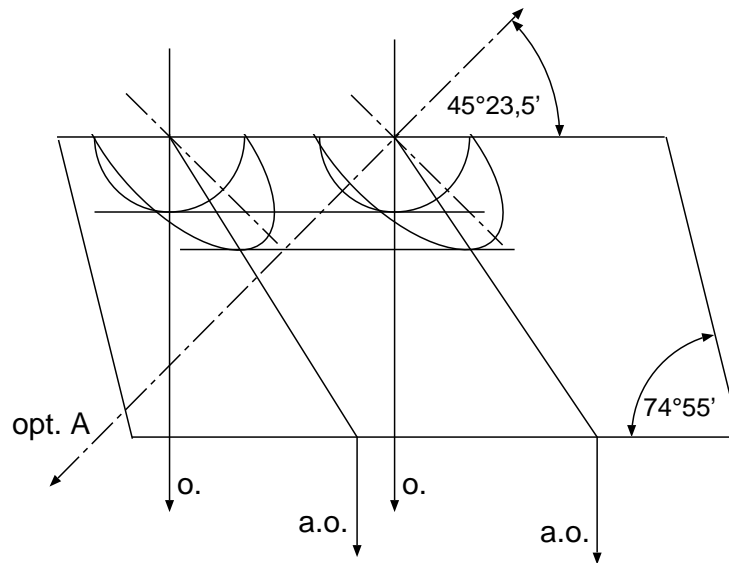


ABB. 10 Strahlkonstruktion im Kalkspat

Ebene senkrecht zu dieser Hauptachse. Aber in jeder Richtung, die nicht mit der Hauptachsenrichtung zusammenfällt, ist die Geschwindigkeit des Lichts abhängig von seiner Polarisationsrichtung. In Richtung der Hauptachse hat die Lichtgeschwindigkeit unabhängig von der Polarisationsrichtung den Wert c_o , den man als *Hauptlichtgeschwindigkeit* des Kristalls bezeichnet. Senkrecht zur Hauptachse läuft Licht ebenfalls mit der Geschwindigkeit c_o , wenn sein magnetischer Vektor in Richtung der Hauptachse zeigt, also der elektrische Vektor senkrecht zur Hauptachse steht. Licht mit dieser Polarisationsrichtung heißt *ordentliches Licht*. Licht der anderen Polarisationsrichtung (*außerordentliches Licht*) läuft im Kalkspat schneller, mit $c_{ao} = 1,116 \cdot c_o$. Für die dazwischenliegenden Einfallrichtungen gilt für ordentliches Licht immer c_o , während außerordentliches Licht eine Geschwindigkeit zwischen c_o und c_{ao} hat. Die Wellenflächen ordentlichen Lichts, das von einem Punkt ausgeht, sind somit Kugeln, die des außerordentlichen Lichts, das von einem Punkt ausgeht, sind abgeplattete Rotationsellipsoide, deren Rotationsachse in der optischen Achse liegt.

2.2.2. Strahlkonstruktion in Kristallen

In Abb. 10 fällt unpolarisiertes Licht schief zur optischen Achse senkrecht auf eine Rhomboederfläche. Die Konstruktion der Huygenschen Elementarwellen fällt hier verschieden aus: Für ordentliches Licht gelten die üblichen Kugelwellen, für außerordentliches Licht Ellipsoidwellen, deren kleine Achse schief zur Trennfläche steht.

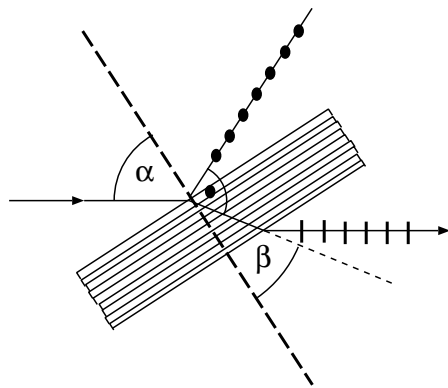
Die tatsächlichen Wellenflächen ergeben sich als Tangentialflächen der Elementarwellen. Der außerordentliche Strahl wird also trotz seines senkrechten Einfalls

2 Polarisation des Lichts

gebrochen und trennt sich vom ordentlichen. Aus der gegenüberliegenden Rhomboederfläche treten beide Strahlen parallel aber gegeneinander verschoben aus. Der Kristall spaltet also unpolarisiertes Licht in zwei linear polarisierte Strahlen auf, deren Polarisationsrichtungen senkrecht aufeinander stehen.

2.3. Weitere Polarisationserscheinungen

2.3.1. Polarisation durch Reflexion



Richtet man auf einen Stapel von 20 Objektträgern einen Laserstrahl unter dem Einfallswinkel von $\alpha = 57^\circ$, so stellt man fest, dass reflektiertes und durchgelassenes Lichtbündel senkrecht zueinander polarisiert sind.

Der gebrochene und der reflektierte Strahl stehen dabei senkrecht aufeinander.

Brewstersches Gesetz: Fällt Licht so auf ein durchsichtiges Medium, dass der reflektierte und der gebrochene Strahl einen rechten Winkel einschließen, dann ist das reflektierte Licht vollständig polarisiert.

Nach dem Brechungsgesetz gilt dann:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha}{\sin(90^\circ - \alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha = n \quad (17)$$

Im Glas werden die Elektronen durch die elektromagnetische Welle zu erzwungenen Schwingungen in Richtung der E -Vektoren angeregt. Solche Elektronenbewegungen rufen nun wiederum elektromagnetische Wellen hervor; auf diese Weise kommt eine Reflexion zustande. Da beim Hertzschen Dipol in seiner Längsachse keine Wellen abgestrahlt werden, gilt auch für diese schwingenden Elektronen, dass von ihnen nur Wellen reflektiert werden, die senkrecht zur Einfallsebene polarisiert sind. In der durchgehenden Welle gibt es allerdings wieder alle möglichen Polarisationsrichtungen, wobei aber der Anteil senkrecht zur Einfallsebene geringer geworden ist.

2.3.2. Drehung der Polarisationssebene

Bei einigen optisch isotropen Stoffen findet man beim Durchstrahlen mit linear polarisiertem, einfarbigem Licht überraschenderweise die Hell- und Dunkelposition des Analysators gegenüber der des Polarisators verdreht. Diese Erscheinung kann nur als eine Drehung der Schwingungsebene des polarisierten Lichts beim

Durchgang durch das Medium gedeutet werden. Ein solches Medium nennt man *optisch aktiv*.

Der Winkel α , um den die Schwingungsebene gedreht wird, ist proportional zur Länge d des Lichtwegs im Medium und bei Lösungen außerdem proportional zur Konzentration c des optisch aktiven Stoffes:

$$\alpha = \gamma \cdot c \cdot d$$

Der Proportionalitätsfaktor γ wird als *spezifische Drehung* bezeichnet.

Das Vorzeichen von γ wird positiv gesetzt, wenn sich die Schwingungsrichtung für einen Betrachter, der dem Lichtstrahl entgegenblickt, im Uhrzeigersinn dreht, d. h. der Analysator muss im Uhrzeigersinn nachgedreht werden, um wieder Dunkelheit zu erreichen. Stoffe, die diese Erscheinung zeigen, heißen dann rechtsdrehend. Zuckerlösung ist z. B. eine rechtsdrehende Flüssigkeit.

Die Messung des Drehwinkels kann in sogenannten Polarimetern zur Bestimmung der Konzentration gelöster, optisch aktiver Stoffe benutzt werden. (z. B. Harnzuckerbestimmung)

2.3.3. Elektrooptischer Effekt (Kerr-Effekt)

Gewisse Flüssigkeiten werden doppelbrechend, wenn man senkrecht zur Richtung des Lichtstrahls ein elektrisches Feld anlegt. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle hängt dann davon ab, wie ihre Polarisationsrichtung zur Feldrichtung steht.

Im äußeren elektrischen Feld werden die Moleküle orientiert, besonders wenn sie ein großes Dipolmoment haben. Ein Gefäß mit einer elektrooptisch aktiven Flüssigkeit (z. B. Nitrobenzol), durch das man einen Lichtstrahl so schicken kann, dass er ein elektrisches Feld senkrecht durchsetzt, heißt **Kerr-Zelle**. Zwischen gekreuzten Polarisatoren erlaubt sie, mittels einer Wechselspannung einen Lichtstrahl im Rhythmus der Feldänderungen unterbrechen.

2.3.4. Faraday-Effekt

Bringt man ein durchsichtiges, isotropes Medium in ein starkes longitudinales Magnetfeld und schickt längs der Feldrichtung linear polarisiertes Licht durch das Material, so wird die Schwingungsebene des Lichts gedreht.

Die atomistische Deutung geht davon aus, dass die schwingenden Ladungen, auf die es bei der Dispersion ¹, in einem Magnetfeld ankommt, zusätzlich eine Präzessionsbewegung durchführen müssen.

1. Dispersion ist die Erscheinung, dass verschiedene Farben unterschiedlich stark gebrochen werden.

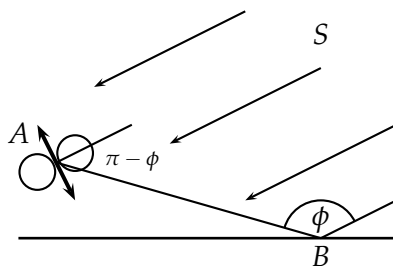
2.3.5. Himmelsblau

Das blaue Himmelslicht ist Streustrahlung der Luftmoleküle. Es ist überwiegend senkrecht zu der Ebene polarisiert, die durch die Sonne, den Beobachter und seine Blickrichtung festgelegt ist. Hält man ein Polarisationsfilter mit seiner Schwingungsrichtung parallel zu dieser Ebene, dann erscheint der Himmel dunkler, und zwar fast schwarz, wenn man einen Punkt 90° von der Sonne entfernt betrachtet.

Die Luft enthält zwei Arten von Streuzentren: Die Luftmoleküle und größere Verunreinigungen wie Wassertröpfchen und Staubteilchen. Ihre Streumechanismen sind sehr verschieden.

Bei den Luftmolekülen trennen sich die positiven und negativen Ladungen so weit, dass sie das E-Feld der Welle zwischen sich durch ihr Gegenfeld ganz vernichten. Es bleibt ein Dipolmoment $p = Qd$. Wenn diese molekulare Antenne mit ω schwingt, strahlt sie nach HERTZ eine Leistung $P \sim \omega^4$ ab. Diese Leistung ist für violettes Licht 16-mal größer als für rotes, d. h. Blau wird viel stärker gestreut als Rot.

Entsprechend lässt sich die Eindringtiefe ℓ des Lichts für verschiedene Wellenlängen λ berechnen: $\ell = 160\lambda^4$ (λ in μm , ℓ in km), d. h. 4 km für violett (400 nm), 65 km für Rot (800 nm). Bei Sonnenauf- und Untergang, wenn der Weg durch die 8 km dicke Atmosphäre über 300 km lang ist, kommt nur das Rot geschwächt durch. Dieser Streumechanismus an Teilchen, die klein gegen λ sind, heißt **Rayleigh-Streuung**.



Sonnenlicht ist unpolarisiert, die molekularen Dipole können in allen Richtungen senkrecht zur Einfallsrichtung schwingen. Ein Molekül in Richtung ϕ von der Sonne aus gerechnet schwingt senkrecht zur Richtung AS und zwar gleich häufig in der Ebene SAB (Dipol 1) und senkrecht dazu (Dipol 2).

Da ein Dipol senkrecht zu seiner Schwingungsrichtung maximal strahlt und in seiner Schwingungsrichtung gar nicht, strahlt der Dipol 2 in Richtung B mit maximaler Stärke.