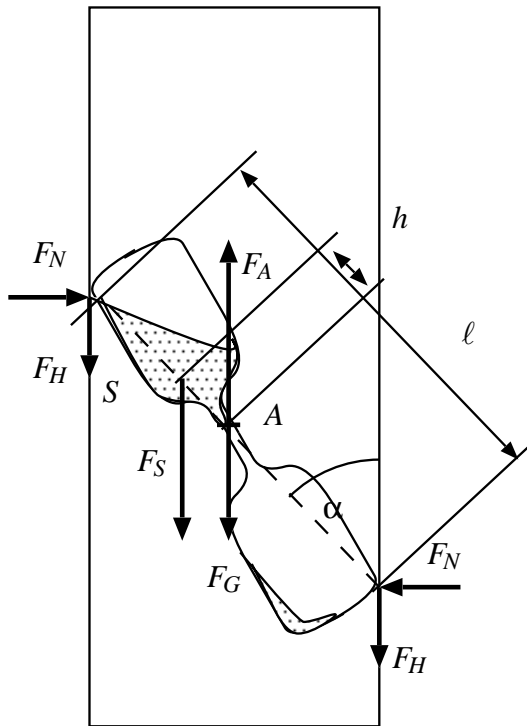


Lösungsvorschlag zum Sanduhr-Paradoxon

Stellt man den Glaszylinder auf den Kopf, dann beginnt die Sanduhr nicht sofort aufzusteigen, sondern sie lehnt sich schräg an die Zylinderwand und richtet sich erst nach einiger Zeit wieder auf und schwebt dann langsam nach oben. Die Sanduhr kann in der unteren Position nicht schwerer sein als in der oberen. Somit müssen noch andere Kräfte ihren Aufstieg verhindern. Da der Sand während der ganzen Zeit rieselt, muss er vermutlich den Schlüssel für eine physikalische Erklärung liefern.

Solange viel Sand in der oberen Hälfte der Sanduhr liegt, dreht sich die kopflastige Sanduhr um ihren Mittelpunkt A . Genauer gesagt: Der Schwerpunkt S des Sandes liegt oberhalb von A und erzeugt ein Drehmoment, das den Glaskörper der Sanduhr gegen die Wand des Standzylinders drückt, und zwar auf beiden Seiten mit gleich großer Kraft.



Die Reaktionskräfte F_N an der Glasoberfläche rufen Haftkräfte F_H hervor, die zusammen mit der Gewichtskraft F_G des Glaskörpers und des Sandgewichts F_S bei nicht zu großer Auftriebskraft F_A ausreichen können, die Aufwärtsbewegung der Sanduhr zu verhindern.

Für Fortgeschrittene:

Die Sanduhr bleibt solange in ihrer unteren Ruhelage, wie die folgende Kräftebilanz gültig ist:

$$2 \cdot F_H + F_S + F_G > F_A \quad \text{mit } F_H = \mu_0 \cdot F_N$$

$$2 \cdot F_N \cdot \frac{\ell}{2} \cos \alpha = F_S \cdot h \cdot \sin \alpha \quad \Rightarrow F_H = \mu_0 F_S \frac{h}{\ell} \tan \alpha$$

$$2 \cdot \mu_0 F_S \frac{h}{\ell} \tan \alpha + F_S + F_G > F_A$$

$$\frac{h}{\ell} > \frac{1}{2\mu_0 \tan \alpha} \left(\frac{F_A - F_G}{F_S} - 1 \right)$$

Dabei gilt diese Abschätzung nur solange, wie der Schwerpunkt des Sandes im oberen Bereich des Stundenglases, d. h. $h > 0$ ist. Außerdem muss natürlich $F_S + F_G < F_A$ sein, sonst bleibt die Sanduhr für immer am Boden des Glaszylinders liegen.

Zahlenbeispiel:

Gewicht des Sanduhrglases: $F_G = 0,020 \text{ N}$

Gewicht des Sandes: $F_S = 0,017 \text{ N}$

Haftzahl: $\mu_0 = 0,2$

Neigungswinkel: $\alpha = 45^\circ$

Auftriebskraft: $F_A = 0,038 \text{ N}$

$$\Rightarrow \frac{h}{\ell} > 0,15$$

Folgende Schüler haben brauchbare Lösungen eingereicht

Matthias Fratz, Klasse 8b, Graf-Zeppelin-Gymnasium, Friedrichshafen

Andreas Grotz, Marcel Klein, Jan Peter, Klasse 8b, Wentzinger Gymnasium, Freiburg i.Br.

Tobias Pfeiffer, Klasse 9c, Friedrich-Schiller-Gymnasium, Marbach a. N.

Florian Hettenbach, Sebastian Wuntke, Christian Jaun, Philip Seydel, Klasse 7, Körperbehindertenschule, Mössingen

Holger Hengel, Klasse 8b, Graf Eberhard Gymnasium, Urach