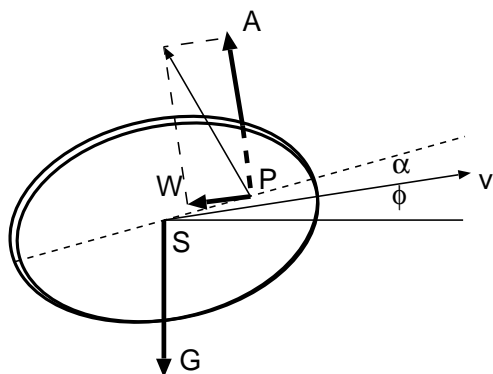


Lösung zum Problem „Fliegende Untertassen“

Sowohl der Bierdeckel als auch die Frisbee-Scheibe werden so geworfen, dass sie sich um eine Achse senkrecht zur Scheibenebene drehen. Dadurch stellen sie fliegende Kreisel dar. Bei hinreichend hoher Drehzahl weicht ein Kreisel einem Versuch ihn zu kippen durch eine Neigung der Drehachse senkrecht zur Kipprichtung aus.

Bei ihrem Flug sind sie der Schwerkraft, dem Auftrieb (sie sind „Tragflügel“) und dem Luftwiderstand ausgesetzt.



In nebenstehendem Bild ist eine Skizze der auf die Scheibe wirkenden Kräfte gezeichnet. Dabei ist A die Auftriebskraft, die an einem Punkt P (in Flugrichtung) vor dem Schwerpunkt angreift, G das im Schwerpunkt S angreifende Gewicht und W die Luftwiderstandskraft entgegen der Flugrichtung. Der Flug erfolge hier mit der Geschwindigkeit v . Die Scheibe hat gegenüber der Flugrichtung den „Anstellwinkel“ α , ist also gegen die Horizontale um den Winkel $\beta = \alpha + \phi$ geneigt.

Da der Angriffspunkt des Auftriebs vor dem Schwerpunkt liegt, versucht der Auftrieb – oder besser die Resultierende aus Auftrieb und Luftwiderstand – die Scheibe nach „hinten“ zu kippen, also die Drehachse horizontal zu stellen.

Die Richtung, in der ein Kreisel einer Kippbewegung ausweicht, kennt man vom freihändig fahren mit dem Rad. Solange man geradeaus fährt, ist die Drehachse des Vorderrads horizontal und senkrecht zur Fahrtrichtung. Neigt man sich nun nach rechts in die Kurve, so schlägt das Vorderrad „von selbst“ nach rechts ein, das Vorderrad dreht sich von oben gesehen im Uhrzeigersinn. Wenn nun unsere Scheibe von unten gesehen im Uhrzeigersinn rotiert und der Auftrieb sie nach hinten kippen will, so kippt sie tatsächlich nach rechts ab. Damit schmieren von Rechts- und Linkshändern geworfene Scheiben in verschiedene Richtungen ab. Irgendwann ist die Scheibe ganz aufgerichtet, d. h. die Scheibenebene steht vertikal, sie rollt sozusagen längs ihrer Flugbahn. Dann wirkt keinerlei Auftrieb mehr und die Scheibe fliegt wie ein gewöhnlicher Körper.

Der Unterschied zwischen Frisbee und Bierdeckel liegt in ihren unterschiedlichen Trägheitsmomenten und der Form. Eine Frisbee-Scheibe ist oben gewölbt, sie hat also einen bedeutend größeren Auftrieb als ein flacher Bierdeckel, wodurch der Einfluss des Gewichts verringert und dadurch die Flugweite vergrößert wird. Je stabiler die Scheibe liegt, desto später wird sie kippen, wodurch sich wieder die Flugweite vergrößert.

Rechnung

Die Luftwiderstandskraft ist $W \sim c_W v^2$ (Richtung entgegengesetzt zu v), und der Auftrieb ist $A \sim c_A v^2$ (Richtung senkrecht zu W). Dabei hängen Widerstandsbeiwert c_W und Auftriebsbeiwert c_A vom Anstellwinkel α ab.

Der Einfluss des Trägheitsmoments J äußert sich so: Der Drehimpuls L der Scheibe ist bestimmt durch $L = J\omega$, wobei ω die Winkelgeschwindigkeit der Scheibe ist. Das

durch den Auftrieb verursachte Drehmoment um eine Achse durch den Schwerpunkt ist $M \sim d \cdot c_R v^2$, wobei $c_R = c_A \cos \alpha + c_W \sin \alpha$ ist und d der Abstand von S und P.

Die Scheibe führt nun eine Präzessionsbewegung mit der Winkelgeschwindigkeit $\frac{d\psi}{dt} = M/L$ aus. Setzt man die obigen Formeln ein, dann erkennt man, dass

$$\frac{d\psi}{dt} \sim \frac{c_R v^2 d}{J\omega}$$

gilt.

Dividiert man diese Beziehung durch v , dann ergibt sich:

$$\frac{d\psi}{v dt} = \frac{d\psi}{ds} \sim \frac{c_R v d}{J\omega}$$

Damit hat man eine Beziehung, die die Änderung des Winkels mit dem zurückgelegten Flugweg s angibt.

Das Trägheitsmoment J einer Frisbeescheibe ist viel (mindestens 10mal) größer als das eines Bierdeckels, deshalb dreht sich die Frisbeescheibe viel langsamer aus der günstigen Lage.

Folgende Schüler haben brauchbare Lösungen eingereicht

Steffen Janz (Klasse 11), Elisabeth-Gymnasium Mannheim

Konstantin Zell (Klasse 10), Pestalozzi-Gymnasium, Biberach

Jonathan Kottmeier (Klasse 9), Karls-Gymnasium, Stuttgart

Ruth Juni (Jahrgangsstufe 12), Kantgymnasium, Weil am Rhein

Sabine Abb, Immenstaad

Matthias Leyh (Jahrgangsstufe 12), Albert Schweitzer Gymnasium, Crailsheim